

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Задаци за општинско такмичење ученика средњих школа
4. фебруар 2006.
IV разред

1. Астронаути су кренули са Земље космичким бродом који се креће брзином $v = 0,8 c$. На Земљу се, ради идентификације, шаљу два светлосна импулса који следе један за другим у интервалу од $\Delta t_0 = 10$ s по часовнику на броду. Колики је временски интервал Δt , између доласка импулса по часовнику на Земљи? (20п)

2. Зрачење аргонског ласера је фокусирано у центар равне фотокатоде вакуумског фотоелемента. Између равне аноде, паралелне фотокатоде, и фотокатоде прикључен је сталан напон U . Излазни рад електрона из материјала фотокатоде износи A , таласна дужина зрачења ласера износи λ , док је D растојање аноде и фотокатоде. Одредити полупречник круга r на аноди, у који падају фотоелектрони када електрично поље извора убрзава фотоелектроне. (20п)

3. У лабораторијском референтном систему K креће се штап брзином $v = 0,8 c$ у правцу x - осе. На основу мерења у истом том систему, дужина штапа је $l = 10$ m, а угао који штап заклапа са x осом једнак је $\phi = 30^\circ$. Израчунати сопствену дужину l_0 штапа у K' систему везаном за штап, и угао ϕ_0 који он заклапа са x' - осом. (20п)

4. Електрична пећ троши снагу $P = 500$ W. Температура пећи је $T = 700^\circ$ C. Пећ зрачи топлотну енергију једним делом кроз зидове, а другим делом кроз кружни отвор пречника $D = 5$ cm. Одредити који проценат енергије пећ зрачи кроз зидове, ако се зрачење кроз отвор може посматрати као зрачење апсолутно црног тела. Stefan-Boltzmann-ова константа износи $\sigma = 5,67032 \cdot 10^{-8}$ Wm⁻²K⁻⁴. (20п)

5. Као најкраће растојање између места А и Б, која се налазе на површини Земље, изграђен је праволинијски железнички тунел дужине $l = 1000$ km. Вагон поставимо на шине на почетак тунела код места А, и пустимо га да се креће без почетне брзине. а) Колико ће времена бити потребно вагону да стигне до супротног краја тунела код места Б? б) Колика ће бити максимална брзина вагона на том путу? Полупречник Земље износи $R = 6400$ km. Отпор ваздуха и све врсте трења занемарити. $g = 9,81$ m/s². (20п)

Аутори: Драган Маркушев (1,3,5), Андријана Жекић (2,4)
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник Комисије: Мићо Митровић

Решења задатака за општинско такмичење ученика средњих школа, 2006.г.

IV разред

1. Када се узме у обзир дилатација времена, као и чињеница да други сигнал прелази дужи пут, добија се: $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \Delta t_0 / \sqrt{1 - \beta^2} + v \Delta t_1 / c = \sqrt{(1 + \beta)/(1 - \beta)} \Delta t_0 = 30 \text{ s}$, где је $\beta = v/c$. За Δt_1 (3п), за Δt (12п), за нумеричко решење (5п).

2. $A = hc/\lambda + mv^2/2$ (3п). Сви фотоелектрони стижу са катоде на аноду, чак и они који излазе брзином v_{\max} у правцу скоро паралелном равни катоде. Они падају на кружницу полупречника $r = v_{\max} \tau$ (5п), који је одређен временом прелета између катоде и аноде, које износи $\tau = \sqrt{2D/a}$ (4п), где је убрзање електрона $a = F/m = eU/mD$ (4п). Одавде је $r = 2D\sqrt{(hc/\lambda - A)/eU}$ (4п).

3. Сопствена дужина штапа l_0 и угао ϕ_0 се могу израчунати помоћу $l_0 = [(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2]^{1/2}$, $\text{tg } \phi_0 = \Delta y' / \Delta x'$ (2п). У K систему су те величине дате као $l = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{1/2}$, $\text{tg } \phi = \Delta y / \Delta x$ (2п). Релативистичко скраћење штапа је дуж x и y осе дато са $\Delta x = \Delta x' [1 - \beta^2]^{1/2}$, $\Delta y = \Delta y'$ (2п). Коришћењем ових једначина добија се да је $l_0 = [l^2 - \beta^2 (\Delta y)^2]^{1/2} / (1 - \beta^2)^{1/2}$ (2п). Узевши да је $\Delta y = l \sin \phi$ добијамо: је $l_0 = [l / (1 - \beta^2)^{1/2}] [1 - \beta^2 \sin^2 \phi]^{1/2}$ (2п), што заменом бројних вредности даје $l_0 = 15,3 \text{ m}$ (2п). За угао ϕ_0 добијамо да је $\text{tg } \phi_0 = \Delta y / \Delta x (1 - \beta^2)^{1/2}$ (2п), па је $\text{tg } \phi_0 = (1 - \beta^2)^{1/2} \text{tg } \phi$ (2п), одакле је $\phi_0 = \text{arctg} [(1 - \beta^2)^{1/2} \text{tg } \phi]$ (2п), што заменом бројних вредности даје $\phi_0 = 19,1^\circ$ (2п).

4. Снага емитована кроз отвор је $P_0 = \sigma T^4 D^2 \pi / 4$ (5п), а кроз зидове $P_z = P - P_0$ (2п). $x = (P - P_0) / P = 1 - P_0 / P$, (5п) $x = 1 - \sigma T^4 D^2 \pi / 4P$, (5п) $x = 0,8 = 80\%$. (3п)

5. Задатак се своди на проблем осцилација вагона у гравитационом пољу Земље. а) Нека се вагон масе m креће у тунелу дуж праве АБ коју узимамо за x -осу са центром на средини растојања између А и Б. У тренутку када вагон има координату x , на њега од стране Земље делује сила теже $F = \frac{GmM_Z}{r^2} \cdot \frac{(4/3)\pi r^3}{(4/3)\pi R^3} = \frac{GmM_Z r}{R^3}$, (5п) где је M_Z маса Земље,

R полупречник Земље, а r растојање вагона од центра Земље. Пројекција ове силе на x осу је $F_x = F \cos \alpha = Fx / R = GmM_Z x / R^3 = mgx / R$, (4п) где је g убрзање силе земљине теже на њеној површини. Стога једначина кретања вагона гласи $ma = -mgx / R$, или $a + (g/R)x = 0$. (3п) Ова једначина описује хармонијско кретање са учестаношћу од $\omega = \sqrt{g/R}$ (1п). Вагон ће прећи растојање од А до Б за време $\Delta t = T/2 = \pi \sqrt{R/g} \approx 2540 \text{ s}$ (3п), које је једнако половини периода осцилација $T = 2\pi/\omega$.

б) Обзиром да је $l/2$ амплитуда осцилација, максимална брзина вагона је

$$v_{\max} = l\omega/2 = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 620 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (4\text{п})$$

