

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.02.2006.

Први разред – А категорија

1. Доказати да кружница која садржи два темена и ортоцентар троугла има исти полупречник као и кружница описана око тог троугла.
2. Наћи највећи природан број који је мањи од збира квадрата својих цифара.
3. Од Новог Сада до Београда постоје нови и стари пут који су повезани са 7 попречних путева. Колико има различитих начина путовања овим путевима од Новог Сада до Београда, таквих да је у сваком начину путовања сваки део пута пређен највише једанпут?
4. Шта је веће

$$\frac{1, \overbrace{111 \dots 1}^{2005 \text{ цифара}}}{1, \underbrace{111 \dots 1}_{2006 \text{ цифара}}} \quad \text{или} \quad \frac{1, \overbrace{0101 \dots 01}^{4010 \text{ цифара}}}{1, \underbrace{0101 \dots 01}_{4012 \text{ цифара}}} ?$$

5. У свако поље таблице 8×8 написан је број. Дозвољено је изабрати било који квадрат 3×3 (састављен од 9 поља) или квадрат 4×4 (састављен од 16 поља) и повећати за 1 сваки број на пољима изабраног квадрата. Да ли се свака полазна таблица применом таквих операција може трансформисати у таблицу у којој су сви бројеви парни?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.02.2006.

Први разред – Б категорија

1. Наћи највећи природан број који је мањи од збира квадрата својих цифара.
2. Ради продаје, било је потребно неке од датих 555 парцела поделити на мање. Притом се свака појединачна парцела могла поделити или на 3 или на 4 дела. Са дељењем парцела се стало када је број парцела био 4 пута већи од броја извршених деоба. Колико је најмање деоба извршено?
3. Дат је конвексан четвороугао $ABCD$. Тачке P и Q су средине страница AD и BC . Ако важи да је $PQ = \frac{1}{2}(AB + CD)$ доказати да је четвороугао $ABCD$ трапез.
4. Дат је тетиван четвороугао $ABCD$. Нека је $AD \cap BC = \{H\}$ и $CD \cap AB = \{E\}$. Симетрала угла $\sphericalangle DEA$ сече странице DA и CB у тачкама P и M , а симетрала угла $\sphericalangle DHC$ сече странице DC и BA у тачкама N и L . Доказати да је $LMNP$ ромб.
5. У свако поље таблице 8×8 написан је број. Дозвољено је изабрати било који квадрат 3×3 (састављен од 9 поља) или квадрат 4×4 (састављен од 16 поља) и повећати за 1 сваки број на пољима изабраног квадрата. Да ли се свака полазна таблица применом таквих операција може трансформисати у таблицу у којој су сви бројеви парни?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.