ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за окружно такмичење ученика средњих школа
11. март 2006.
I разред

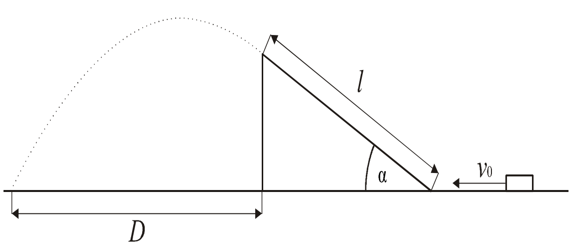
1. Тело почиње да се креће из мировања по праволинијском путу са константним убрзањем $a_1 = 5\text{m/s}^2$. После извесног времена, тело наставља кретање равномерном брзином, а затим се до заустављања креће равномерно успорено са успорењем $a_2 = 5\text{m/s}^2$. Укупно време кретања је $t = 25\text{s}$, а средња брзина кретања тела је 72km/h.
а) Колико се времена тело кретало равномерно?
б) Приказати графички зависност убрзања и брзине од времена. (20п)

2. Три отпорника $R_1 = 2R_2 = 3R_3$ везана су паралелно. За време t = 5 min на њима се ослободи количина топлоте Q = 3000 J. Ако је напон на који су прикључени U= 10 V, наћи R_1, R_2 и R_3. (15п)

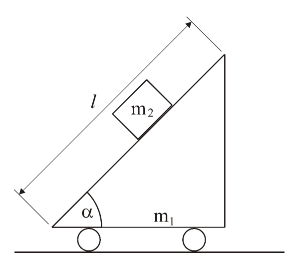
3. На цилиндар полупречника $r = 0.1\,\text{m}$, који може да ротира око хоризонталне осе, намотана је нит , чији слободан крај почне да се креће убрзањем $a = 0.5\,\text{m/s}^2$. Одредити угао φ за који се цилиндар обрне око своје осе и његову угаону брзину ω у тренутку $t = 2\,\text{s}$ од почетка кретања. Одредити, такође, укупно убрзање тачке А која се налази на површини цилиндра у истом тренутку t (између нити и цилиндра нема проклизавања). МФ 69.1.2. (15 п)

4. Тело се креће без трења по хоризонталној равни, брзином v_0=10m/s (слика 1). Тело затим наилази на стрму раван угла α=30°, коефицијента трења $\mu = 2/\sqrt{3}$ и дужине l=4m. Након напуштања стрме равни, тело се креће слободно (отпор ваздуха је занемарљив). На ком растојању D од стрме равни ће тело пасти на земљу?(Узети да је g=10m/s²) (25п)

5. На колицима масе m_1=5kg налази се стрма раван нагибног угла α=45°. На стмој равни налази се тело масе m_2=1kg које се креће низ њу под дејством силе теже (слика 2). Коефицијент трења између стрме равни и тела је μ=0,5 а између колица и подлоге је занемарљиво мали. Колики ће пут прећи колица за време кретања тела од врха до подножја стрме равни, под условом да је кретање започето из мировања? Дужина стрме равни је l=10m и узети да је g=10m/s². (25п)



Слика 1



Слика 2

Задатке припремила: ***Маја Парђовска, Институт за физику Београд-Земун***
Рецензент: ***др Александар Срећковић, Физички факултет, Београд***
Председник комисије за такмичење: ***др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд***

Решења задатака за окружно такмичење ученика средњих школа, 2006.г.
I разред

1. а) Укупни пут тела одређујемо из средње брзине: $s = v_{sr}t$. Делове пута које тело прелази обележавамо са s_1, s_2, s_3, а времена са t_1, t_2, t_3. Убрзање на првом, односно успорење на трећем делу пута је a. $s_1 = (1/2)at_1^2$, $v_1 = at_1^2$, где је v_1 брзина на крају првог дела пута и брзина равномерног кретања на другом делу пута који износи $s_2 = v_1t = at_1t_2$ **(2п)**. Такође, v_1 је почетна брзина успореног кретања на трећем делу пута $s_3 = v_1t_3 - (1/2)at_3^2$ **(2п)**, $v_3 = v_1 - at_3$ **(2п)**. На крају је $v_3 = 0$, па следи да је $at_3 = v_1 = at_1$. Значи да је $t_3 = t_1$. Укупно време је $t = t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2$. Следи $t_1 = (t - t_2)/2$ **(2п)**. Укупни пређени пут је $s = at_1^2/2 + at_1t_2 + at_1^2/2 = at_1^2 + at_1t_2$.Кад елиминишемо t_1 добија се израз $t_2^2 = t^2 - 4v_{sr}t/a$. Само позитивно решење има физички смисао $t_2 = (t^2 - 4v_{sr}t/a)^{1/2} = 15\text{s}$ **(4п)**. б) (по **4 п** оба графика) (Слика 1)

2. $R_e^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1}$, $R_e = R_1/6$ **(6п)**. $Q = U^2t/R_e = 6U^2t/R_1$ **(6п)**. Заменом бројних вредности добија се $R_1 = 60\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 20\Omega$ **(3п)**.

3.Убрзање нити a једнако је тангенцијалном убрзању a_τ **(2п)**. $\varphi = \alpha t^2/2$, $\omega = \alpha t$, $\alpha = a_\tau / r$ **(2п)**. Следи $\varphi = a_\tau t^2/(2r) = 10\text{rad}$, $\omega = \alpha t = 10\text{rad/s}$ **(2п)**. Нормално убрзање тачке А је $a_n = v^2/r = \omega^2 r$ **(4п)**. Укупно убрзање је $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = a_\tau\sqrt{1 + a_\tau^2t^4/r^2} \approx 10\text{m/s}^2$ **(5п)**. (Слика 2)

4. Други Њутнов закон: $m\vec{a} = \vec{F}_{tr} + \vec{T}$ **(2п)**.Сила трења $T_{tr} = \mu N = \mu mg\sqrt{3}/2$, **(3п)** $T = mg/2$ **(3п)**. Убрзање тела уз стрму раван је $a = -(g/2)(1 + \mu\sqrt{3})$ **(7п)**. Брзина тела на врху стрме равни је $v = \sqrt{v_0^2 + 2al} = \sqrt{v_0^2 - g(1 + \mu\sqrt{3})l} \approx \sqrt{-20\,\text{m}^2/\text{s}^2}$ **(8п)** . Пошто нема реалног решења, значи да тело не стиже до врха стрме равни, па не долази до косог хитца **(3п)**. (Слика 3)

5. ПРАВИ НАЧИН: Пошто у хоризонталном смеру не делују спољашње силе на систем који се састоји од стрме равни и тела на њој, центар масе овог система се не помера у току спуштања тела низ стрму раван (сила трења између тела и стрме равни су унутрашење силе). **(5п)**
Ако хоризонталну x осу координатног система ставимо у центар масе стрме равни, важи.
$\frac{M \cdot 0 + mx_2}{M + m} = \frac{Mx_1' - mx_2'}{M + m}$ **(5п)**, $x_2 + x_2' = \frac{M}{m}x_1'$ **(3п)**, где су: 0 - координата центра масе стрме равни пре спуштања тела, x_2 - координата тела на врху равни (позитивна), x_2' - координата тела на дну равни (негативна) и x_1' - координата центра масе стрме равни после спуштања тела (позитивна). Тражена величина је x_1'. Релативно померање стрме рави и тела, тј. померање једног у односу на друго, једнако је дужини основе стрме равни, односно $l\sqrt{2}/2$ **(3п)**. С друге стране, према координатама је оно једнако збиру померања тела у лево ($x_2 + x_2'$) и стрме равни у десно x_1' **(3п)**. $l\sqrt{2}/2 = x_2 + x_2' + x_1'$ **(3п)**, па је $x_1' = \frac{\sqrt{2}ml}{2(m + M)} \approx 1.12\text{ m}$ **(3п)**.

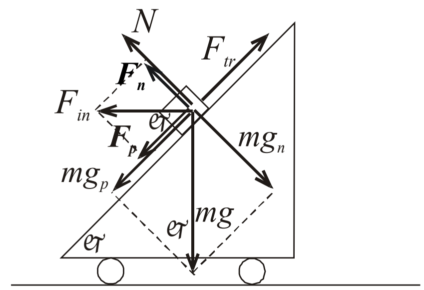
ДРУГИ НАЧИН (Захваљујем се Наташи Чалуковић, наставнику Математичке гимназије у Београду, на лепо образложеном решењу):

На колица (масе M) делује тело силом нормалног притиска N и силом трења F_{tr}. Обе силе имају хоризонталне компоненте, па је убрзање колица a_1 одређено једначином:

$$Ma_1 = N_h - F_{trh} = N\sin\varphi - F_{tr}\cos\varphi = N\sin\varphi - \mu N\cos\varphi\ ,$$

$$\text{тј.} \quad Ma_1 = N(\sin\varphi - \mu\cos\varphi) \quad \text{или} \quad Ma_1 = N\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu) \ \ldots (*)$$

ова једначина (у било ком наведних облика) носи 6 поена



Тело посматрамо у референтном систему везаном за колица. На тело делују сила теже mg, сила нормалне реакције подлоге N, сила трења F_{tr} и инерцијална сила F_{in}. Тело се креће низ стрму раван, па зато силу теже и инерцијалну силу разлажемо на компоненете паралелне стрмој равни и компоненте нормалне на стрму раван:

- Тело се не креће у правцу нормале на стрму раван, па важи:

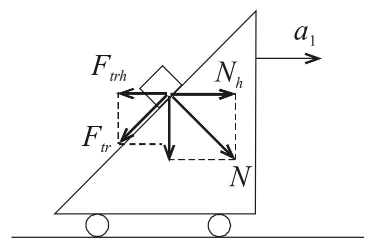
$$N + F_n = mg_n\ , \quad \text{тј.} \quad N = mg\cos\varphi - ma_1\sin\varphi \quad \text{или}$$

$$N = m\frac{\sqrt{2}}{2}(g - a_1)\ \ldots\ (**)$$

(ова једначина, у било ком од последња два облика, вреди 5 поена)

Према томе, сила трења је: $F_{tr} = \mu N = \mu m(g\cos\varphi - a_1\sin\varphi)$ или $F_{tr} = \mu m\frac{\sqrt{2}}{2}(g - a_1)$

(ова једначина, у било ком облику, вреди 1 поен)



- Помоћу једначина (*) и (**) може се одредити убрзање колица:

$$a_1 = \frac{mg\cos\varphi(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)}{M + m\sin\varphi(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)}\ , \quad \text{тј.} \quad a_1 = \frac{mg(1-\mu)}{2M + m(1-\mu)}\ ;$$

Ако се уврсте вредности $m = 1\,\mathrm{kg}$, $M = 5\,\mathrm{kg}$ и $\mu = 0{,}5$, добија се:

$$a_1 = \frac{g}{21} = 0{,}48\ \mathrm{m/s^2}$$

(ова једначина, у било ком од дата три облика, вреди 2 поена)

- Једначина кретања тела низ стрму раван (убрзањем a_2) је:

$$ma_2 = mg_p + F_p - F_{tr}\ , \quad \text{тј.} \quad ma_2 = mg\sin\varphi + ma_1\cos\varphi - \mu m(g\cos\varphi - a_1\sin\varphi)$$

$$\text{или} \quad ma_2 = mg\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu) + ma_1\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)$$

(ова једначина, било са синусима и косинусима или са замењеним вредностима, вреди 6 поена).

- Када се у последњој једначини замени a_1 и једначина реши, добија се убрзање тела у односу на стрму раван:

$$a_2 = g\frac{(M+m)(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)}{M + m\sin\varphi(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)} \quad \text{или} \quad a_2 = g\frac{(M+m)\sqrt{2}(1-\mu)}{2M + m(1-\mu)} \quad \text{или} \quad a_2 = \frac{6g\sqrt{2}}{21} = 4{,}03\ \mathrm{m/s^2}\ .$$

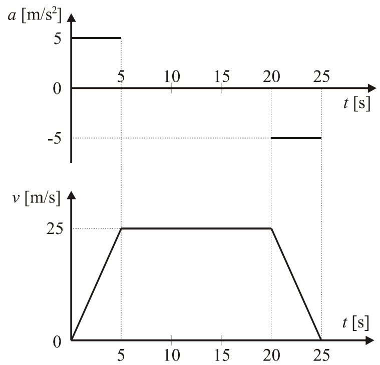
(ова једначина, у било ком облику, вреди 2 поена)

За време док тело пређе пут l низ стрму раван, колица пређу пут s по подлози:

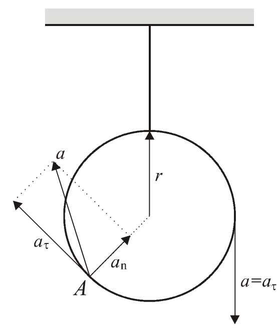
$$\frac{s}{l} = \frac{a_1}{a_2}\ , \quad \text{па је} \quad s = l\frac{a_1}{a_2} \quad (1\ \text{поен})\ .$$

Срећивањем се добија: $s = l\dfrac{m\cos\varphi}{M+m} = \dfrac{lm\sqrt{2}}{2(M+m)} = 1{,}2\ \mathrm{m}$ (2 поена)

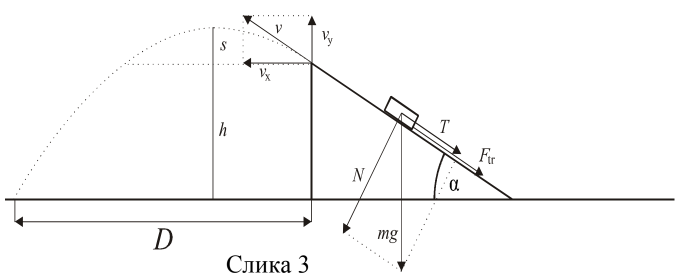
КОМЕНТАР председника Комисије: Несвесно је Комисија дала веома добар задатак са веома добро процењеном тежином (25 бодова). Из наведених решења може се видети колико је важно користити најаедноставније путеве решавања физичких проблема, посебно коришћења закона одржања, кад год су испуњени услови за њихово коришћење. Ученик који осети физички проблем, може задатак рештити веома лако, и за то бива награђен са 25 поена, док за исте поене остали могу добити после изузетно великог труда, уз помоћ много математике.



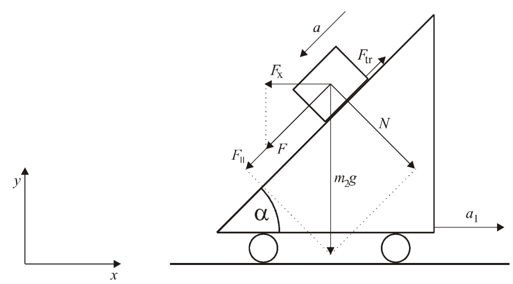
Слика 1



Слика 2



Слика 3



Слика 4