

**46. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА**

Вршац, 15.04.2006.

Други разред

1. Нека су a, b, c, A, B, C реални бројеви, такви да је $a \neq 0$, $A \neq 0$ и за свако реално x важи

$$|ax^2 + bx + c| \leq |Ax^2 + Bx + C|.$$

Доказати да важи

$$|b^2 - 4ac| \leq |B^2 - 4AC|.$$

2. За произвољну тачку M унутар квадрата $ABCD$, нека су T_1, T_2 и T_3 тежишта троуглова ABM , BCM и DAM , редом. Нека је O_M центар описане кружнице троугла $T_1T_2T_3$. Одредити геометријско место тачака O_M , када се тачка M креће по унутрашњости квадрата $ABCD$.
3. За сваки природан број a нека је $S(a) = \{a^n + a + 1 \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}\}$. Да ли постоји бесконачан скуп $A \subset \mathbb{N}$, такав да за свака два различита елемента $x, y \in A$ важи:

$$x \text{ и } y \text{ су узајамно прости и } S(x) \cap S(y) = \emptyset?$$

4. На столу је у низ поређано n новчића. У једном кораку дозвољено је одабрати један новчић окренут писмом нагоре (али не један од крајњих), уклонити га и окренути први новчић лево и први новчић десно од њега. На почетку су сви новчићи окренути писмом нагоре. Доказати да је могуће после неколико корака постићи да остану само два новчића ако и само ако $n - 1$ није дељиво са 3.