

**46. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА**

Вршац, 15.04.2006.

Трећи и четврти разред

1. Нека су x, y, z позитивни реални бројеви чији је збир једнак 1. Доказати да је

$$\frac{x}{y^2 + z} + \frac{y}{z^2 + x} + \frac{z}{x^2 + y} \geq \frac{9}{4}.$$

Када важи једнакост?

2. Нека су p и q прости бројеви и нека је $p < q$. Одредити све парове (x, y) природних бројева за које важи

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p} - \frac{1}{q}.$$

3. Доказати да за произвољан тетраедар постоје две равни такве да однос површина пројекција тетраедра на те две равни није мањи од $\sqrt{2}$.
4. У квадратну таблицу 7×7 Милош је уписао све природне бројеве од 1 до 49. Ђорђе треба да одгонетне распоред бројева у таблици. Он може да изабере квадрат који покрива нека поља таблице и да Милошу постави питање који се бројеви налазе у унутрашњости тог квадрата. Колико најмање питања Ђорђе треба да постави да би на основу Милошевих одговора сазнао распоред свих бројева у таблици?