

## 42. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

Бечићи, 20.04.2002.

### ТРЕЋИ И ЧЕТВРТИ РАЗРЕД

1. Нека су  $a, b$  и  $c$  позитивни, а  $m$  и  $n$  природни бројеви. Доказати да важи

$$\frac{a^{n+k}}{b^n} + \frac{b^{n+k}}{c^n} + \frac{c^{n+k}}{a^n} \geq a^k + b^k + c^k.$$

2. Нека је низ  $(f_n)_{n \geq 1}$  дефинисан са  $f_1 = f_2 = 1$  и  $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$  за  $n \geq 1$ . Доказати да је површина троугла чије су странице дужине  $\sqrt{f_{2n+1}}$ ,  $\sqrt{f_{2n+2}}$  и  $\sqrt{f_{2n+3}}$  једнака  $\frac{1}{2}$ .
3. Нека је  $ABCD$  ромб код кога је  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ . Тачке  $S$  и  $R$ , редом, леже унутар троуглова  $ABD$  и  $DBC$ , тако да је  $\sphericalangle SBR = \sphericalangle RDS = 60^\circ$ . Доказати да важи  $SR^2 \geq AS \cdot CR$ .
4. Да ли постоји природан број  $k$ , такав да се цифре 3,4,5 и 6 не појављују декадном запису броја  $2002! \cdot k$ ?